Mathematische Simulationssoftware

Dr. David Willems

31. Januar 2019

Universität Koblenz-Landau

Notizen

Inhaltsverzeichnis

Notizen

Organisatorisches

Notizen

Organisatorisches

Kontakt

Dr. David Willems

- Email: davidwillems@uni-koblenz.de
- Büro: G 329
- Sprechstunde: Wenn die Bürotür offen ist

Termine

Vorlesung mit Übung:

- Dienstag, 18.02. von 09:00 – 16:00 Uhr
- Mittwoch, 19.02. von 09:00 – 16:00 Uhr
- Donnerstag, 20.02. von 14:00 – 16:00 Uhr
  - ⇝ Klausurtermin!

Notizen

Organisatorisches

Materialien

Kursmaterial (u. A. auch diese Präsentation) wird unter

http://uni-ko-ld.de/r4

zur Verfügung gestellt.

Weiterführende Literatur

- Wolfgang Schweizer. *MATLAB kompakt*. Walter de Gruyter GmbH & Co KG, 2016
- Frank Haußer und Yury Luchko. *Stochastische Modellierung mit MATLAB: Eine pr*[illegible]*nger-Verlag, 2010*
- Folkmar Bornem[illegible]*: eine konzise Einführung mit M*[illegible]*ringer-Verlag, 2016*
- Svein Linge und Hans Petter Langtangen. *Programming for Computations-MATLAB/Octave*. Springer, 2016

Die letzten drei Bücher sind als E-Book verfügbar!
⇝ Homepage

Notizen

Erste Schritte mit MatLab

Notizen

Erste Schritte mit MatLab

Was ist MatLab?

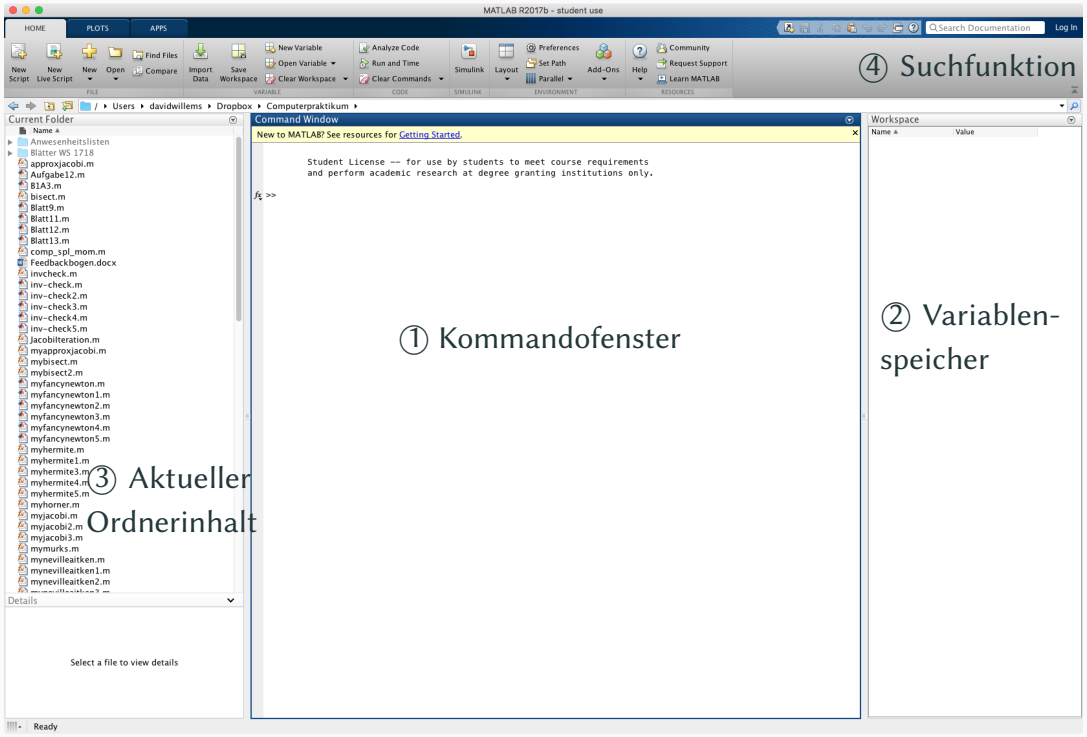
- Ein (bequemes) Tool für numerische Berechnungen und Simulationen
- Eine Hochsprache
- Eine interpretierte Sprache
- Proprietäre Software…

Alternativen zu MatLab

- FreeMat: `http://freemat.sourceforge.net/`
- GNU Octave: `https://www.gnu.org/software/octave/`
- Scilab: `http://www.scilab.org/`

Notizen

Erste Schritte mit MatLab



Notizen

Erste Schritte mit MatLab

Erste Kommandos

Hinter der Eingabeaufforderung (>>) können einfache Befehle eingegeben und ausgeführt werden.

Command Window

```
>> 1 + 1

ans =

     2
```

Leerzeichen um Operatoren können entfallen!

Notizen

Erste Schritte mit MatLab

Hilfefunktion und Dokumentation

MatLab verfügt über eine umfassende Hilfe, eine Dokumentation und viele eingebaute Beispiele. Die Syntax und Dokumentation kann über

```
help functionname
```

im Kommandofenster angezeigt werden.

Command Window

```
>> help exit
 exit   Exit from MATLAB.
    exit terminates MATLAB after running finish.m, if
        finish.m exists.
    It is the same as QUIT and takes the same
        termination options.
    For more information, see the help for QUIT.

    See also quit.

    Reference page for exit
```


Notizen

Erste Schritte mit MatLab

Hilfefunktion und Dokumentation

- Ersetzt man den Befehl `help` durch `doc`, so öffnet sich die Hilfe in einem neuen Fenster.
- `doc` bzw. `help` setzen voraus, das man den Namen der Funktion bereits kennt. Ist dies nicht der Fall, kann über

  ```
  lookfor name
  ```

  nach Funktionen gesucht werden, in denen `name` vorkommt.
- Mit dem Befehl

  ```
  demo
  ```

  lassen sich (optional) installierte Demonstrationen anzeigen und durcharbeiten.

Notizen

MatLab als intelligenter Taschenrechner

Notizen

MatLab als intelligenter Taschenrechner

Variablen

Wie andere Programmiersprachen kann man in MatLab Variablen anlegen und damit arbeiten.

Command Window

```
>> x = 1;
```

Ohne abschließendes Semikolon wird das Ergebnis zusätzlich im Kommandofenster angezeigt:

Command Window

```
>> x = 1

x =

     1
```


Notizen

MatLab als intelligenter Taschenrechner

Variablen

- Variablennamen müssen zwingend mit einem Buchstaben beginnen; danach können weitere Buchstaben (keine Umlaute!), Ziffern oder Unterstriche folgen.
- Groß- und Kleinschreibung werden unterschieden.
- Variablenzuweisungen können mit Berechnungen verbunden sein.
- Mit einer weiteren Zuweisung wird der Inhalt einer Variablen ohne Nachfrage überschrieben.
- Mit den Befehlen

  `who` bzw. `whos`

  können die sich aktuell im Speicher befindlichen Variablen angezeigt werden.

Notizen

MatLab als intelligenter Taschenrechner

Command Window

```
>> who

Your variables are:

ans   x
```

Command Window

```
>> whos
  Name        Size              Bytes  Class     Attributes

  ans         1x1                   8  double
  x           1x1                   8  double
```

Mit `clear VarName` wird die Variable `VarName` gelöscht. `clear` löscht alle aktuellen Variablen.

Notizen

MatLab als intelligenter Taschenrechner

Datentypen

MatLab rechnet i. A. mit Fließkommazahlen in doppelter Genauigkeit (Typ double). Dezimaltrennzeichen ist ein Punkt, Zehnerpotenzen können über die Buchstaben `e` oder `E` gekennzeichnet werden.

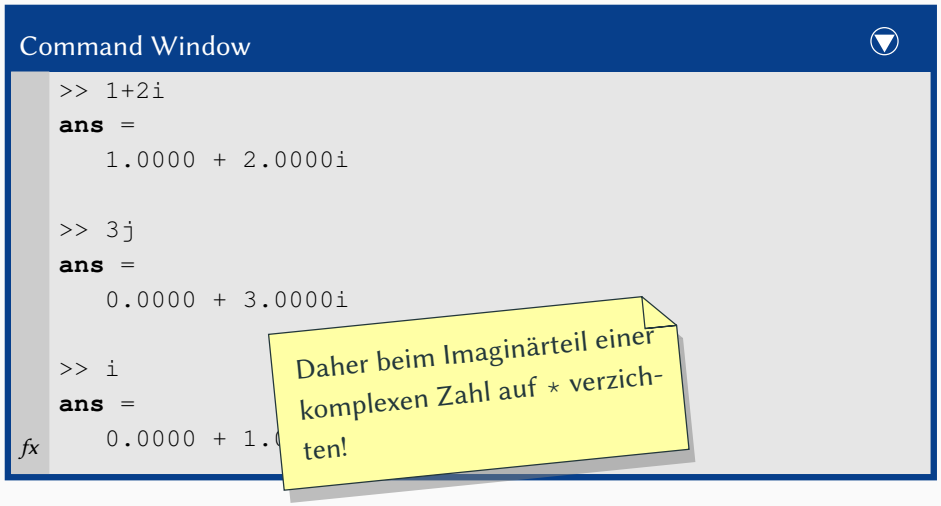
Command Window

```
>> 1
ans =
     1
>> -.123
ans =
   -0.1230
>> 1.2e1
ans =
    12
>> 2E-3
ans =
    0.0020
```


Notizen

MatLab als intelligenter Taschenrechner

Komplexe Zahlen werden durch Imaginärteil `i` oder `j` gekennzeichnet:



Achtung!

Wird `i` zuvor als Variable verwendet, so zeigt der letzte Befehl den Inhalt der Variablen `i` an und nicht die erwartete imaginäre Einheit.

Notizen

MatLab als intelligenter Taschenrechner

Aufgabe 1 | **Elementare arithmetische Operationen**

Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke. Überprüfen Sie ihre Ergebnisse mit MatLab.

- $2/2*3$
- $6-2/5+7\hat{}2-1$
- $10/2\backslash 5-3+2*4$
- $3\hat{}2/4$
- $3\hat{}2\hat{}2$
- $2+\texttt{round}(6/9+3*2)/2-3$
- $2+\texttt{floor}(6/9+3*2)/2-3$
- $2+\texttt{ceil}(6/9+3*2)/2-3.$

Was ist der Unterschied zwischen den Funktionen `round`, `floor` und `ceil`?

Notizen

MatLab als intelligenter Taschenrechner

Wir wollen kurz[1] das Thema Rechengenauigkeit in der numerischen Mathematik betrachten:

Genauigkeit

- MatLab kann Zahlen im Bereich von etwa 10^{-308} bis 10^{308} darstellen; die exakten Werte sind in den Konstanten `realmin` bzw. `realmax` hinterlegt.
- Zwischen einer darstellbaren Zahl und der nächstgrößeren ist eine kleine Differenz, die mit `eps` angezeigt werden kann.
- Rundungsfehler sind bei numerischen Rechnungen unvermeidlich und treten daher auch bei MatLab auf.

[1] Für mehr Informationen sei auf „IEEE Standard for Floating-Point Arithmetic“. In: *IEEE Std 754-2008* (Aug. 2008), S. 1–70. DOI: 10.1109/IEEESTD.2008.4610935 verwiesen.

Notizen

MatLab als intelligenter Taschenrechner

Command Window

```
>> realmax

ans =

   1.7977e+308

>> eps(1)

ans =

    2.2204e-16

>> 10*(1-0.9)-

ans =

   -2.2204e-16
```

Insbesondere gelten z. B. das Assoziativ- und das Distributivgesetz nicht!

Notizen

MatLab als intelligenter Taschenrechner

Unendlich

MatLab verwendet die Symbole `Inf` bzw. `-Inf` für plus bzw. minus unendlich.

Command Window

```
>> -1/0
ans =
  -Inf

>> 2*realmax
ans =
     Inf

>> (realmax+1)-realmax
ans =
     0
```

Es gelten die üblichen „Rechenregeln“ für das Rechnen mit ∞.

Notizen

MatLab als intelligenter Taschenrechner

Not a Number

Ergebnisse, die nicht (sinnvoll) als Zahl darstellbar sind, werden als „Not a Number“ (`NaN`) bezeichnet.

Command Window

```
>> 0/0
ans =
   NaN

>> Inf/Inf
ans =
   NaN
```

Rechnungen mit `NaN` werden immer zu `NaN` ausgewertet.

Notizen

MatLab als intelligenter Taschenrechner

Vergleichsoperatoren

MatLab verfügt über diverse Vergleichsoperatoren, die über „gewöhnliche“ Taschenrechner hinausgehen.

`==`	gleich
`~=`	ungleich
`>`	größer
`<`	kleiner
`>=`	größer gleich

Achtung: Das Ergebnis eines Vergleichs ist `0` oder `1`, aber jeder Wert ungleich `0` wird als wahr interpretiert!

Das Ergebnis eine[r] [Bedingung] ist wahr oder falsch).

Obige Bedingunge[n] [können] zu komplexeren Ausdrücken veknüpft werden.

`&`	und
`|`	oder
`~`	nicht
`XOR`	entweder oder

Notizen

MatLab als intelligenter Taschenrechner

Das folgende Beispiel prüft, ob der Wert von x zwischen 2 und 6 liegt.

Command Window

```
>> x = 4

x =

     4

>> (x >= 2) & (x <= 6)

ans =

    1
```


Notizen

MatLab als intelligenter Taschenrechner

Hinweis

Wir wollen an dieser Stelle einige, häufig verwendete Funktionen betrachten. Für eine vollständige Liste sei auf die Hilfefunktion verwiesen.

Trigonometrische Funktionen

Die Funktionen `sin`, `cos` und `tan` berechnen Sinus, Kosinus und Tangens des Arguments (im Bogenmaß).

Mit den Funktionen `sind`, `cosd` und `tand` kann das Argument in Grad anstatt im Bogenmaß angegeben werden.

Die zugehörigen Umkehrfunktionen lauten `asin`, `acos` und `atan` bzw. `asind`, `acosd` und `atand`.

Hyperbolische Funktionen

Die hyperbolischen Funktionen werden über `sinh`, `cosh` und `tanh` aufgerufen.

Notizen

MatLab als intelligenter Taschenrechner

Command Window

```
>> cos(0)
ans =
     1

>> sin(pi)
ans =
   1.2246e-16

>> asind(1)
ans =
    90
```

fx

Notizen

MatLab als intelligenter Taschenrechner

Die Exponentialfunktion

Die Exponentialfunktion wird in MatLab mit `exp` angesprochen. `exp(1)` liefert die bekannte eulersche Zahl e.

Command Window

```
>> exp(1)

ans =

    2.7183
```

Das Argument der e-Funktion kann auch komplex sein. Das Ergebnis wird dann gemäß

$$e^{\sigma+j\omega} = e^{\sigma}\left(\cos(\omega) + j\sin(\omega)\right)$$

bestimmt.

Notizen

MatLab als intelligenter Taschenrechner

Die Logarithmusfunktion

Die Umkehrfunktion, der natürliche Logarithmus, wird über die Funktion `log` angesprochen. Der Logarithmus zur Basis 10 heißt `log10` und der Logarithmus zur Basis 2 entsprechend `log2`.

Command Window

```
>> log(1)
ans =
     0

>> log(exp(3))
ans =
     3

>> log10(0.01)
ans =
    -2
```


Notizen

MatLab als intelligenter Taschenrechner

Wurzeln

Mit dem Befel `sqrt` wird die (Quadrat-)Wurzel einer Zahl bestimmt. Das Argument kann auch negativ oder komplex sein.

Command Window

```
>> sqrt(2)
ans =
    1.4142

>> sqrt(-1)
ans =
   0.0000 + 1.0000i

>> x = sqrt(3+4i)
x =
   2.0000 + 1.0000i
```


Notizen

MatLab als intelligenter Taschenrechner

Komplexe Rechnungen

Nun wollen wir einige spezielle Funktionen für komplexe Zahlen kennenlernen. Die Befehle `real` und `imag` liefern Real- und Imaginärteil einer komplexen Zahl; `abs` gibt deren Betrag an und `angle` die Phase.

Command Window

```
>> real(x)
ans =
     2

>> imag(x)
ans =
     1

>> abs(x)
ans =
    2.2361
```

Command Window

```
>> angle(x)
ans =
    0.4636

>> conj(x)
ans =
   2.0000 - 1.0000i
```


Notizen

MatLab als intelligenter Taschenrechner

Aufgabe 2 | Elementare mathematische Funktionen

1. Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke:

   - $j\sqrt{2}$
   - $s\cos^2\left(\pi/4\right)$
   - $|-2+j|$
   - $\lg(2,3\cdot 10^{-4})$
   - $1/e$
   -

2. Es seien $z_1 = 4+3i$ und $z_2 = -2-2i$. Berechnen Sie:

   - $z_1 * \bar{z}_1$
   - den Realteil von z_2
   - den Imaginärteil von z_1
   - $|z_1|^2$
   - $\frac{1}{2}(z_2+\bar{z}_2)$
   - $\frac{1}{2i}(z_1-\bar{z}_1)$

   Was fällt Ihnen auf? Können Sie die Vermutung beweisen?

Notizen

MatLab als intelligenter Taschenrechner

Funktionen

Bisher haben wir bereits einige vorgefertigte Funktionen kennengelernt. Wie können wir aber eigene Funktionen nach unseren Bedürfnissen definieren?

Für umfangreiche Funktionen werden wir das im Kapitel „Skripte & Funktionen“ lernen. „Kleine“ Funktionen werden in MatLab als anonyme Funktionen bezeichnet und bestehen aus einem MatLab-Ausdruck und beliebig vielen Ein- und Ausgabeparametern.

Die Syntax für eine Funktion `f` lautet

```
f = @(Argumente) Expression
```


Notizen

MatLab als intelligenter Taschenrechner

Wir wollen uns eine anonyme Funktion `sqr` definieren, die das Quadrat einer Zahl `x` berechnet.

Dies geschieht mit

Command Window

```
>> sqr = @(x) x.^2

sqr =

  function_handle with value:

    @(x)x.^2
```

Achtung!
Aktuell wissen wir noch nicht, warum man diese seltsam anmutende Schreibweise `x.^2` benutzt. Das lernen wir im nächsten Kapitel.

Notizen

MatLab als intelligenter Taschenrechner

Einsetzen verschiedener Werte bestätigt jedoch die Richtigkeit der Funktion:

Command Window

```
>> sqr(5)

ans =
    25

>> sqr(i)

ans =
    -1
```


Notizen

MatLab als intelligenter Taschenrechner

Anonyme Funktionen können von mehreren Variablen abhängen.

Command Window

```
>> myellipse = @(x,y) (x.^2 + y.^2 + x.*y);
>> x = 1;
>> y = 10;
>> z = myellipse(x, y)

z =

   111
```


Notizen

Vektoren & Matrizen

Notizen

Vektoren & Matrizen

Vektoren

Wir wollen nun die Vorteile von MatLab ausnutzen und lernen im Folgenden die Eigenschaften von Vektoren & Matrizen kennen.

Matrizen werden in MatLab durch eckige Klammern gekennzeichnet; Elemente innerhalb einer Zeile werden durch Kommata oder Leerzeichen getrennt.

Command Window

```
>> x = [1, 2, 3, 4]

x =
     1     2     3     4

>> x = [1 2 3 4]

x =
     1     2     3     4
```


Notizen

Vektoren & Matrizen

Analog erzeugen wir einen Spaltenvektor:

Command Window

```
>> x = [1; 2; 3; 4]

x =

     1
     2
     3
     4
```


Notizen

Vektoren & Matrizen

Matrizen

Matrizen werden in MatLab in Analogie zu Vektoren definiert. In der folgenden Matrix X mögen die Einträge auf die Zeilen- und Spaltenindizes hinweisen.

Command Window

```
>> X = [11, 12, 13, 14; 21, 22, 23, 24]

X =

    11    12    13    14
    21    22    23    24
```

X ist also eine 2×4-Matrix. Mit eckigen Klammern können einzelne Matrizen bzw. Vektoren aneinander gehängt werden, sofern sie „passen“.

Notizen

Vektoren & Matrizen

Command Window

```
>> x = [1, 2, 3, 4]

x =

     1     2     3     4

>> Xx = [X; x]

Xx =

    11    12    13    14
    21    22    23    24
     1     2     3     4
```

Wir haben unsere 2×4-Matrix um eine Zeile zu einer 3×4-Matrix erweitert.

Notizen

Vektoren & Matrizen

Vektoren mit Zahlenfolgen

Vektoren mit speziellen Zahlenfolgen wie `x = [1, 2, 3, 4]` können deutlich schneller über einen Doppelpunkt gemäß

`Anfangswert:Endwert`

erzeugt werden.

Command Window

```
>> x = 1:4

x =
     1     2     3     4
```

Die Schrittweite muss nicht 1 betragen, sondern kann gesondert über

`Anfangswert:Schrittweite:Endwert`

angegeben werden.

Notizen

Vektoren & Matrizen

Command Window

```
>> x = 1:2:4

x =

     1     3

>> x = 4:-1:1

x =

     4     3     2     1
```


Notizen

Vektoren & Matrizen

Transponierte

Mit einem nachgestellten Hochkomma ' lassen sich Vektoren bzw. Matrizen transponieren.

Command Window

```
>> x = [1:4]'

x =

     1
     2
     3
     4

>> A = [1, 2; 3 4]'

A =

     1     3
     2     4
```


Notizen

Vektoren & Matrizen

Elementare Operationen

Viele Operationen, die wir bisher kennengelernt haben, lassen sich auch auf Matrizen anwenden. So können Matrizen addiert und subtrahiert werden, sofern die Dimensionen übereinstimmen.

Command Window

```
>> x=1:3; y = 4:6; x+y

ans =
     5     7     9

>> A = [11, 12;21, 22]; B = [1, 2; 3, 4]; A+B

ans =
    12    14
    24    26
```


Notizen

Vektoren & Matrizen

Elementare Operationen

Ebenso sind die skalare Multiplikation, die Matrixmultiplikation und die Matrix-Vektor-Multiplikation definiert.

Command Window

```
>> A = [1 2; 0 1]; x = [-1; 1]; A*x

ans =
     1
     1

>> A*A

ans =
     1     4
     0     1
```

Wie lassen sich jedoch Lineare Gleichungssysteme der Form $Ax = b$ lösen?

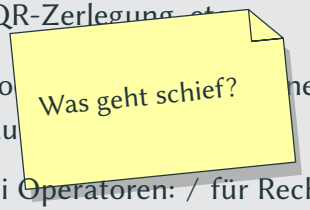
Notizen

Vektoren & Matrizen

Lineare Gleichungssysteme

Lineare Gleichungssysteme der Form `Ax = b` können (in der Theorie) auf zwei Arten gelöst werden:

1. Multiplikation der Gleichung von links mit $\mathtt{A}^{-1}$:
   $\mathtt{x} = \mathtt{A}^{-1}\mathtt{b}$
2. Gauß-Algorithmus, QR-Zerlegung, et



Die erste Variante ist jedo hen problematisch. Wir beschränken uns daher au

Dazu betrachten wir zwei Operatoren: `/` für Rechts- und `\` für Linksdivision.

Notizen

Vektoren & Matrizen

Lineare Gleichungssysteme

Betrachten wir zunächst ein einfaches Beispiel und berechnen `1/2` sowie `1\2`.

Command Window

```
>> 1/2

ans =

    0.5000

>> 1\2

ans =

     2
```

Übertragen auf (quadratische) Matrizen bedeutet `A/B` also `A` multipliziert mit B^{-1} und `A\B` entsprechend A^{-1} multipliziert mit `B`.

Notizen

Vektoren & Matrizen

Command Window

```
>> A = [1 2; 0 1]; b = [1;1]; x = A\b

x =

    -1
     1
```


Notizen

Aufgabe 3 | **Lineare Gleichungssysteme**

Lösen Sie das Lineare Gleichungssystem $Ax = b$ für

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 3 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ und $b = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix}$.
2. $A = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix}$ und $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 10 \end{pmatrix}$.

Was fällt ihnen auf?

Notizen

Vektoren & Matrizen

Zur Vollständigkeit

Einige spezielle Matrixoperationen:

1. Die Inverse einer Matrix erhält man mit dem Befehl `inv`.
2. Die Derterminante einer Matrix bestimmt man mit `det`.
3. `trace` berechnet die Spur einer Matrix.
4. `rank` berechnet den Rang einer Matrix.
5. Der Befehl `transpose` ist äquivalent zu einem nachgestellten `'`.

Command Window

```
>> A, inv(A)
A =
     1     2
     0     1

ans =
     1    -2
     0     1
```


Notizen

Vektoren & Matrizen

Einige Besonderheiten von MatLab

MatLab beherrscht einige Operationen auf Matrizen, die Berechnungen signifikant vereinfachen können.

Alle elementaren Funktionen, die wir bisher kennengelernt haben, können auch auf Matrizen angewandt werden.

Command Window

```
>> x = 1:5; sqrt(x)

ans =
    1.0000    1.4142    1.7321    2.0000    2.2361

>> X = [1 2; 0 1]; exp(X)

ans =
    2.7183    7.3891
    1.0000    2.7183
```


Notizen

Aufgabe 4 | Vektoren & Matrizen I

1. Sei $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ und $B = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 8 & 3 & 7 \end{bmatrix}^\top$.
   Berechnen Sie AB und BA.
2. Gegeben Sei der Vektor $v = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & 100 \end{bmatrix}^\top$.
   Berechnen Sie die Norm dieses Vektors, d. h. $|v| := \sqrt{v^\top v}$.
3. Erstellen Sie einen Vektor, der alle geraden Zahlen zwischen 31 und 73 enthält.
4. Sei $x = \begin{bmatrix} 0 & \pi/2 & \pi & 3\pi/2 & 2\pi \end{bmatrix}$.
   - 4.1 Addieren Sie π zu jedem Element.
   - 4.2 Berechnen Sie die Wurzel jedes Elements.
   - 4.3 Berechnen Sie den Sinus und den Kosinus jedes Elements.

Notizen

Vektoren & Matrizen

Punktweise Operationen

Neben den „gewöhnlichen“ Matrixoperationen stellt MatLab auch element- bzw. punktweise Operationen zur Verfügung. Diese werden durch einen vorgestellten Punkt vor dem Operatorzeichen unterschieden.

Command Window

```
>> A = [1 2; 3 4]; B = [1 2; 1 2]; A.*B, A./B

ans =
     1     4
     3     8


ans =
     1     1
     3     2
```


Notizen

Aufgabe 5 | Vektoren & Matrizen II

1. Berechnen Sie das Skalarprodukt der Vektoren $a = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}^\top$ und $b = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 \end{bmatrix}^\top$ ohne die Rechenregel $a^\top b$ zu verwenden.
2. Es seien $x = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 7 \\ 2 \end{bmatrix}$ und $y = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -8 \\ 5 \end{bmatrix}$.
   - 2.1 Berechnen Sie die Summe der beiden Vektoren x und y.
   - 2.2 Dividieren Sie jedes Element von x durch das entsprechende Element von y.
   - 2.3 Multiplizieren Sie jedes Element von y mit dem korrespondierenden Element von x.
   - 2.4 Potenzieren Sie jedes Element von x mit dem korrespondierenden Element von y.

Notizen

Vektoren & Matrizen

Spezielle Matrizen

Für einige Matrizen, die man häufig benötigt, stehen eigenständige Befehle zur Verfügung.

`zeros(i, j)` erstellt eine Nullmatrix mit `i` Zeilen und `j` Spalten.

`ones(i, j)` erstellt eine $i \times j$-Matrix mit ausschließlich 1-Einträgen.

`eye(i,j)` erstellt eine $i \times j$ Einheitsmatrix.

`rand(i, j)` erstellt eine $i \times j$-Matrix mit gleichverteilten Zufallszahlen aus dem Intervall (0,1).

Command Window

```
>> rand(3)
ans =
    0.8774    0.0969    0.9841
    0.9446    0.8006    0.3885
    0.3273    0.1513    0.8397
```


Notizen

Vektoren & Matrizen

Intervalle

Mit Hilfe der Doppelpunktsyntax haben wir Vektoren mit gleichmäßigen Zahlenfolgen erzeugt. Ähnlich funktioniert die Funktion `linspace`. Wir geben jedoch nicht die Schrittweite, sondern die Schrittzahl[2] gemäß

```
linspace(Anfangswert, Endwert, Anzahl)
```

an.

Command Window

```
>> x = linspace(0, 1, 5)

x =

         0    0.2500    0.5000    0.7500    1.0000
```

[2] Lässt man den Parameter Anzahl weg, so werden 100 Werte erzeugt.

Notizen

Vektoren & Matrizen

Größe und Dimension

Mit dem Befehl `length` wird die Länge eines Vektors ausgegeben; der Befehl `size` gibt einen Vektor zurück, dessen Komponenten die Zeilen- und Spaltenzahl einer Matrix sind.

Command Window

```
>> x = linspace(0, 1, 5); length(x)

ans =

     5

>> A = rand(3, 2); size(A)

ans =

     3     2
```


Notizen

Vektoren & Matrizen

AUFGABE 6 | **Matrixmanipulation**

Erstellen Sie eine (7×8)-Matrix `A` mit verschiedenen Einträgen. Erklären Sie, was die folgenden Befehle bewirken:

1. `A'`
2. `A(:,[1 4])`
3. `A([2 6],[6 1])`
4. `reshape(A,2,28)`
5. `A(:)`
6. `flipud(A)`
7. `fliplr(A)`
8. `[A; A(end,:)]`
9. `A(1:6,:)`
10. `[A;A(1:2,:)]`
11. `sum(A)`
12. `sum(A')`
13. `sum(A,2)`
14. `[A zeros(size(A)); ones(size(A)) A]`

Notizen

Vektoren & Matrizen

Matrizen manipulieren

Bisher haben wir einige „straight forward“ Berechnungen mit Vektoren und Matrizen kennengelernt. Aber auf der anderen Seite erfordern einige Probleme „nicht-kanonische“ Rechnungen.

- Wie lautet der Eintrag $a_{550,1234}$ einer 1000×2000-Matrix A?
- Wie bilde ich die Summe der ersten zehn Spalten von A?
- Wie kann ich Spalten meiner Matrix vertauschen?
- Was ist das Produkt aller Einträge von A?

Dazu wollen wir im folgenden die Matrix `A = [11, 12, 13; 21, 22, 23]` betrachten. Wie früher stehen die Einträge der Matrix hier sinnbildlich für ihren jeweiligen Index.

Notizen

Vektoren & Matrizen

Auf (einzelne) Elemente zugreifen

Wie wir im Abschnitt zuvor gelernt haben, erhalten wir mit `size(A)` in unserem Fall den Vektor `[2, 3]`. Auf den Eintrag $a_{i,j}$ der Matrix A können wir mit der Syntax `A(i, j)` zugreifen.

Command Window

```
>> A(2, 3)

ans =

    23
```

Durch eine Zuweisung kann das entsprechende Element geändert werden.

Notizen

Vektoren & Matrizen

Command Window

```
>> A(2, 3) = 233

A =

    11    12    13
    21    22   233
```

Wie erfolgt jedoch der Zugriff auf eine Zeile bzw. Spalte? Die obige Syntax hat eine wildcard, den Doppelpunkt `:`. So liefert `A(:, j)` die `j`-te Spalte der Matrix `A`. Analog erhält man mit `A(i, :)` die `i`-te Zeile von `A`.

Notizen

Vektoren & Matrizen

Command Window

```
>> A(:, 1)

ans =

    11
    21

>> A(2, :)

ans =

    21    22   233
```


Notizen

Vektoren & Matrizen

Auf (mehrere) Elemente zugrifen

Möchte man nicht nur auf einen Eintrag / eine Zeile / Spalte zugreifen, sondern auf komplette Teilmatrizen, so ist dies ebenfalls mit dieser Syntax möglich.

Der Befehl

```
A(:, [1, 3])
```

greift beispielsweise auf die (komplette) erste und dritte Spalte der Matrix `A` zu.

Analog kann auch auf Zeilen und entsprechende Teilmengen zugegriffen werden.

Notizen

Vektoren & Matrizen

Command Window

```
>> A(:, [1, 3])

ans =
    11    13
    21   233

>> A([1, 2], 1)

ans =
    11
    21

>> A(1, [1, 2])

ans =
    11    12
```


Notizen

Vektoren & Matrizen

Spaltentausch

Manchmal haben o. B. d. A. die Spalten einer Matrix eine „anschauliche“ Bedeutung, z. B. Ergebnisse einer Rechnung oder Messung.

Möchte man die Reihenfolge der Spalten umsortieren, also z. B. die `i`-te und `l`-te Spalte tauschen, so geschieht dies mit

```
A(:, [i, l]) = A(:, [l, i]).
```

Analog verfährt man für Zeilen.

Notizen

Vektoren & Matrizen

Command Window

```
>> A = [11:14; 21:24; 31:34; 41:44]

A =
    11    12    13    14
    21    22    23    24
    31    32    33    34
    41    42    43    44

>> A(:, [1, 3]) = A(:, [3, 1])

A =
    13    12    11    14
    23    22    21    24
    33    32    31    34
    43    42    41    44
```


Notizen

Vektoren & Matrizen

Logische Indizierung

Im Abschnitt „Logische Operatoren“ haben wir logische Operatoren kennengelernt. Diese kann man auch zur praktischen Indizierung von Vektoren und Matrizen benutzen.

Angenommen der Vektor `x` enthält eine Messgröße. Uns interessieren nun die Indizes der Einträge dieser Zeitreihe, die größer oder kleiner (gleich) einem gewissen Schwellwert `x_thresh` sind.

Diese erhält man mit der Abfrage

```
x >= x_thresh
```


Notizen

Vektoren & Matrizen

Command Window

```
>> A = rand(3)

A =

    0.3922    0.7060    0.0462
    0.6555    0.0318    0.0971
    0.1712    0.2769    0.8235

>> A>=0.5

ans =

  3x3 logical array

    0   1   0
    1   0   0
    0   0   1
```


Notizen

Vektoren & Matrizen

Möchte man anstatt der Indizes die konkreten Werte, so können wir die Indizierungstechnik aus diesem Abschnitt mit der logischen Indizierung verknüpfen:

Command Window

```
A =

    0.3922    0.7060    0.0462
    0.6555    0.0318    0.0971
    0.1712    0.2769    0.8235

>> A(A>=0.5)

ans =

    0.6555
    0.7060
    0.8235
```


Notizen

Vektoren & Matrizen

Von Summen und Produkten

Die Befehle `sum` und `prod` erlauben es, Summen und Produkte beliebiger Einträge zu berechnen, ohne diese explizit aufschreiben zu müssen.

`sum(A)` berechnet die Spaltensummen von `A`; die Funktion liefert also einen Zeilenvektor, der so viele Spalten wie `A` hat.

`prod(A)` berechnet das Produkt der Spaltenelemente von `A`. Das Ergebnis hat die gleiche Gestalt wie das von `sum`.

Notizen

Vektoren & Matrizen

Command Window

```
>> A = [1, 2, 3; 4, 5, 6]
A =
     1     2     3
     4     5     6

>> sum(A)

ans =
     5     7     9

>> sum(A(:, 1))

ans =
     5

>> prod(A)

ans =
     4    10    18
```


Notizen

Vektoren & Matrizen

Ist `v` ein Vektor, so erhält man mit `sum` bzw. `prod` die Summe bzw. das Produkt der Einträge.

Command Window

```
>> v = 1:6

v =
     1     2     3     4     5     6

>> sum(v)

ans =
    21

>> prod(v)

ans =
   720
```


Notizen

Vektoren & Matrizen

Aufgabe 7 | Logische Indizierung

- Erstellen Sie zufällige Matrizen mit Größe ihrer Wahl.
- Nutzen Sie die logische Indizierung zum Zählen wie oft der (von Ihnen gewählte) Schwellwert überschritten wird.
- Machen Sie sich (kurz) mit den Funktionen
  - `isnan`
  - `isinf`
  - `isfinite`
  - `isnumeric`
  - `ismatrix` und
  - `isvector`

  vertraut.

Notizen

Vektoren & Matrizen

Polynome

Das (reelle) Polynom n-ten Grades

$$p(x) := a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x^1 + a_0$$

wird in MatLab durch seine $n+1$ Koeffizienten in absteigender Reihenfolge definiert

$$\texttt{p = [}a_n\texttt{, } a_{n-1}\texttt{, ..., } a_1\texttt{, } a_0\texttt{]}.$$

Das Kommando `p = [1 3 2];` definiert also das quadratische Polynom

$$p(x) = x^2 + 3x + 2.$$

Notizen

Vektoren & Matrizen

Polynome

Die Berechnung des Funktionswerts an einer Stelle `x` erfolgt mit der Funktion `polyval`. Für `x` kann auch ein Vektor verwendet werden.

Command Window

```
>> p = [1, 3, 2];
>> polyval(p, 0), polyval(p, linspace(0, 1, 10))

ans =

     2

ans =

    2.0000    2.3457    2.7160    3.1111    3.5309
    3.9753    4.4444    4.9383    5.4568    6.0000
```


Notizen

Nullstellen von Polynomen

Gemäß des Fundamentalsatzes der Algebra hat ein Polynom vom Grad `n` genau `n` ggf. komplexe Nullstellen. Diese können mit dem Befehl `roots` bestimmt werden.

Command Window

```
>> xN = roots(p)

xN =

    -2
    -1
```

Damit wird das Polynom in seine Linearfaktoren zerlegt

$$p(x) = a_n(x - x_{N_1})(x - x_{N_2}) \cdots (x - x_{N_n}).$$

Notizen

Vektoren & Matrizen

Nullstellen von Polynomen

Umgekehrt lässt sich mit `poly` aus den Nullstellen $x_{N_1}, \ldots, x_{N_n}$ der Vektor mit den Koeffizienten a_i bestimmen.

Command Window

```
>> xN = [-2; -1]; p = poly(xN)

p =

     1     3     2
```

O. B. d. A. wird der Leitkoeffizient a_n des Polynoms p auf 1 normiert.

Notizen

Produkt zweier Polynome (Faltung)

Das Produkt der beiden Polynome

$$p_1(x) = x^2 + 3x + 2$$
$$p_2(x) = x^2 + 1$$

mit den Koeffizienten `p1 = [1 3 2]` und `p2 = [1 0 1]` kann mit dem Befehl `conv` berechnet werden.

Command Window

```
>> p1 = [1 3 2]; p2 = [1 0 1]; p = conv(p1, p2)

p =

     1     3     3     3     2
```


Notizen

Vektoren & Matrizen

Von der Richtigkeit kann man sich leicht überzeugen:

$$p(x) = \left(x^2 + 3x + 2\right)\left(x^2 + 1\right) = x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 3x + 2.$$

Achtung!

Die Verkettung ist nicht mit der Multiplikation von Vektoren zu verwechseln. Die Verwendung des Multiplikationsoperators * würde hier zu einem Fehler führen.

Notizen

Polynomdivision

Für die Polynomdivision verwenden wir die Funktion `deconv`. Aus einer unecht gebrochenrationalen Funktion wird so eine ganzrationale Funktion $q(x)$ und eine echt gebrochenrationale Funktion $r(x)$.

$$p(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 1} = q(x) + \frac{r(x)}{x^2 + 1} = 1 + \frac{3x + 1}{x^2 + 1}$$

Command Window

```
>> [q, r] = deconv(p1, p2)

q =
     1

r =
     0     3     1
```


Notizen

Partialbruchzerlegung

Als letztes wollen wir die Partialbruchzerlegung der echt gebrochenrationalen Funktion

$$\frac{4x^2+4x+1}{x^3+x^2} = \frac{r_1}{x-x_{P_1}} + \frac{r_2}{x-x_{P_2}} + \frac{r_3}{(x-x_{P_3})^2}$$

bestimmen.

Mit dem Befehl `residue` erhalten wir die Residuen r und die Polstellen x_P (also die Nullstellen des Nennerpolynoms).

Man kann nachrechnen, dass in unserem Fall

$$\frac{4x^2+4x+1}{x^3+x^2} = \frac{1}{x+1} + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}$$

gilt.

Notizen

Vektoren & Matrizen

Command Window

```
>> [r, xP] = residue([4, 4, 1], [1, 1, 0, 0])

r =

     1
     3
     1


xP =

    -1
     0
     0
```


Notizen

Vektoren & Matrizen

Aufgabe 8 | Polynomfunktionen

- Definieren Sie das Zählerpolynom $4x^4 - 4$ als Variable `zp`.
- Definieren Sie die beiden Linearfaktoren des Nenners $x - 2$ und $x + 2$ als Variablen `np1` und `np2`.
- Berechnen Sie das Nennerpolynom `np` über eine Polynommultiplikation.
- Bestimmen Sie die Nullstellen des Zählerpolynoms.
- Zerlegen Sie die unecht gebrochenrationale Funktion `zp/np` in eine ganzrationale Funktion `qp` und einen echt gebrochenrationalen Rest `rp`.
- Führen Sie eine Partialbruchzerlegung des Restes `rp` durch. Bezeichnen Sie dabei die Residuen mit `r` und die Polstellen mit `xP`.

Notizen

Vektoren & Matrizen

Die Länge eines Vektors

Im Abschnitt „Mathematische Operationen auf Vektoren und Matrizen“ haben wir bereits einige häufig verwendete Matrixbefehle[3] kennengelernt.

Mit dem Befehl `norm` kann die Norm eines Vektors x berechnet werden. Die „verschiedenen“ p-Normen

$$||x||_p := \left(\sum_{i=1}^{n} |x_i|^p \right)^{1/p}$$

können über einen optionalen Parameter `p` gemäß der Syntax

$||x||$ = `norm(x, p)`

berechnet werden. Standardmäßig ist `p=2`.

[3] `det`, `inv`, `rank`, `trace` und `transpose`

Notizen

Vektoren & Matrizen

Die Länge eines Vektors

Für den Vektor `x = [3, -2, 6]` gilt

$$||x||_1 = |3| + |2| + |-6| = 11$$
$$||x||_2 = \sqrt{|3|^2 + |2|^2 + |-6|^2} = \sqrt{49} = 7$$
$$||x||_\infty = \max\{|3|, |2|, |-6|\} = 6$$

Command Window

```
>> x = [3, -2, 6]; norm(x, 1), norm(x), norm(x, Inf)

ans =
    11

ans =
     7

ans =
     6
```


Notizen

Vektoren & Matrizen

Wurzeln von Matrizen

Ebenso haben wir bereits gelernt, dass der Befehl `sqrt` elementweise die Wurzeln von Matrizen berechnet.

Command Window

```
>> A = [5 4; 4 5]; sqrt(A)

ans =

    2.2361    2.0000
    2.0000    2.2361
```

Wie kann man aber ein Problem der Form $X \cdot X = A$ für Matrizen `A` und `X` lösen? Dies geschieht mit dem Befehl `sqrtm`.

Notizen

Vektoren & Matrizen

Command Window

```
>> A = [5 4; 4 5]; sqrt(A), sqrtm(A)

ans =

    2.2361    2.0000
    2.0000    2.2361

ans =

    2.0000    1.0000
    1.0000    2.0000
```


Notizen

Vektoren & Matrizen

Matrix-Exponentialfunktion

Bei der Behandlung von Differentialgleichungen[4] ist die Matrix-Exponentialfunktion `expm` ein nützliches Werkzeug. Auch sie arbeitet wie `sqrtm` nicht elementweise.

Command Window

```
>> A = [1 1 1; 1 0 1; -1 -1 -1], expm(A)

A =
     1     1     1
     1     0     1
    -1    -1    -1

ans =
    2.5000    1.0000    1.5000
    1.0000    1.0000    1.0000
   -1.5000   -1.0000   -0.5000
```

[4] Siehe Vorlesung „Applied Differential Equations“

Notizen

Eigenwerte und Eigenvektoren

Als letztes Beispiel der Linearen Algebra wollen wir die oft benötigte Berechnung der Eigenwerte λ einer Matrix A betrachten.

Die Eigenwerte stellen die nichttriviale Lösung der Gleichung

$$Av = \lambda v \qquad (*)$$

dar. Die Vektoren v nennt man Eigenvektoren zum Eigenwert λ.

In der Vorlesung zur Linearen Algebra zeigt man, dass λ Bedingung genau dann $(*)$ erfüllt, wenn λ auch

$$p_A(\lambda) = \det(A - I\lambda) = 0$$

erfüllt.

Notizen

Vektoren & Matrizen

Eigenwerte und Eigenvektoren

Die Eigenwerte einer Matrix bestimmt man in MatLab mit dem Befehl `eig`.

Command Window

```
>> A = [-1 1; 0 -2], eig(A)

A =

    -1     1
     0    -2


ans =

    -1
    -2
```


Notizen

Vektoren & Matrizen

Eigenwerte und Eigenvektoren

Gibt man dem Befehl `eig` zwei Rückgabewerte `V` und `D` an, so erhält man eine Matrix `V`, deren Spalten die (auf 1 normierten) Eigenvektoren zu den Eigenwerten aus der Diagonalmatrix `D` enthalten.

Command Window

```
>> A = [-1 1; 0 -2]; [V, D] = eig(A)

V =
    1.0000   -0.7071
         0    0.7071

D =
    -1     0
     0    -2
```


Notizen

Aufgabe 9 | **Eigenwerte und Eigenvektoren**

Bestimmen Sie für die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

die Eigenwerte von Hand. Kontrollieren Sie ihr Ergebnis mit MatLab. Bestimmen Sie außerdem die zugehörigen Eigenvektoren mit MatLab.

Notizen

Daten speichern und laden

Notizen

Daten speichern und laden

Save und load

Bei umfangreicheren Rechnungen oder Messungen kann es nützlich sein, Inhalte von Variablen abzuspeichern, um so später schnell auf die Ergebnisse zugreifen zu können. Dies geschieht mit dem Befehl `save`.

Die Syntax hierfür lautet

```
save Dateiname Variablenliste
```

Ohne die Variablenliste werden alle aktuellen Variablen gespeichert.

Entsprechend lädt der Befehl

```
load Dateiname
```

die Variablen aus der Datei wieder in den Variablenspeicher.

Notizen

Daten speichern und laden

Achtung!

Eine bereits existierende Variable wird durch eine gleich lautende Variable beim Laden überschrieben.

Der Befehl `save` setzt voraus, dass Schreibrechte im aktuellen Verzeichnis bestehen. Der Dateiname kann auch eine Pfadbezeichnung beinhalten, wenn nicht in das aktuelle Verzeichnis geschrieben werden soll oder darf.

Notizen

Daten speichern und laden

Save und load

Wir erstellen 4 Variablen. Mit dem ersten `save`-Befehl werden alle gespeichert, mit dem zweiten nur die, die mit `x` beginnen, und mit dem dritten Befehl die Matrix `A` und `x1`.

Command Window

```
>> x1=1; x2=2; x3=3; A=eye(3);
>> save MeineDatei_alles
>> save MeineDatei_x x*
>> save MeineDatei_Ax1 A x1
```

Lässt man, wie im obigen Beispiel, die Dateierweiterung weg, so ergänzt MatLab auomatisch die Endung `.mat`.

Notizen

Daten speichern und laden

Save und load

Um zu erkennen, welche Variablen geladen werden, löschen wir zuvor alle aktuell existierenden Variablen mittels `clear` aus dem Speicher.

Mit `who` bzw. `whos` können wir die geladenen Variablen anzeigen lassen.

Command Window

```
>> clear; load MeineDatei_x, whos
  Name       Size         Bytes  Class     Attributes

  x1         1x1              8  double
  x2         1x1              8  double
  x3         1x1              8  double

>> clear; load MeineDatei_alles, who

Your variables are:

A   x1  x2  x3
```


Notizen

Daten speichern und laden

Save und load

Manchmal ist es ratsam, die Daten im ASCII-Format[5] zu speichern und zu laden. Der Befehl

```
save MeineDatei.asc x* -ascii
```

speichert die Variablen `x1`, `x2` und `x3` in der ASCII-Datei `MeineDatei.asc`.

Dabei handelt es sich um eine gewöhnliche Textdatei mit folgendem Inhalt:

```
1.0000000e+00
2.0000000e+00
3.0000000e+00
```

[5] American Standard Code for Information Interchange

Notizen

Daten speichern und laden

Save und load

Nachteil des ASCII-Formats ist, das sämtliche Informationen über Variablennamen beim Schreiben verloren gehen. Das macht sich beim Laden bemerkbar.

Command Window

```
>> clear, load MeineDatei.asc, whos
  Name            Size            Bytes  Class
      Attributes

  MeineDatei      3x1                24  double
```

Das ASCII-Format ist also eher für den Dateiaustausch mit anderen Programmen geeignet.

Notizen

Abbildungen

Notizen

Abbildungen

MatLab als Funktionsplotter

MatLab bietet leistungsfähige Funktionen, mit denen Daten aller Art sehr vielfältig visualisiert werden können. Wir werden uns auf zwei- und dreidimensionale Funktionsplots beschränken. Für weitere Informationen sei auf die Hilfefunktion verwiesen.

Grafiken werden in eigenen Fenstern, so genannten Figures, dargestellt. Der Befehl `figure` ohne Argument erzeugt ein neues, fortlaufend nummeriertes Grafikfenster. Mit `figure(Nummer)` kann die Nummer auch vorgegeben werden.

Mit dem Befehl `close` wird das aktuelle Grafikfenster geschlossen, mit `close(Nummer)` das Grafikfenster mit der entsprechenden Nummer.

Der Befehl `clf` löscht den Inhalt des aktuellen Grafikfenster, schließt es aber nicht.

Notizen

Abbildungen

Der erste Plot

Wir wollen mit einer (linearen) x-y-Darstellung der Sinusfunktion im Bereich von 0 bis 2π beginnen. Dazu erstellen wir zunächst geeignete Vektoren `x` und `y` und plotten diese anschließend mit dem Befehl `plot(x, y)`

Command Window

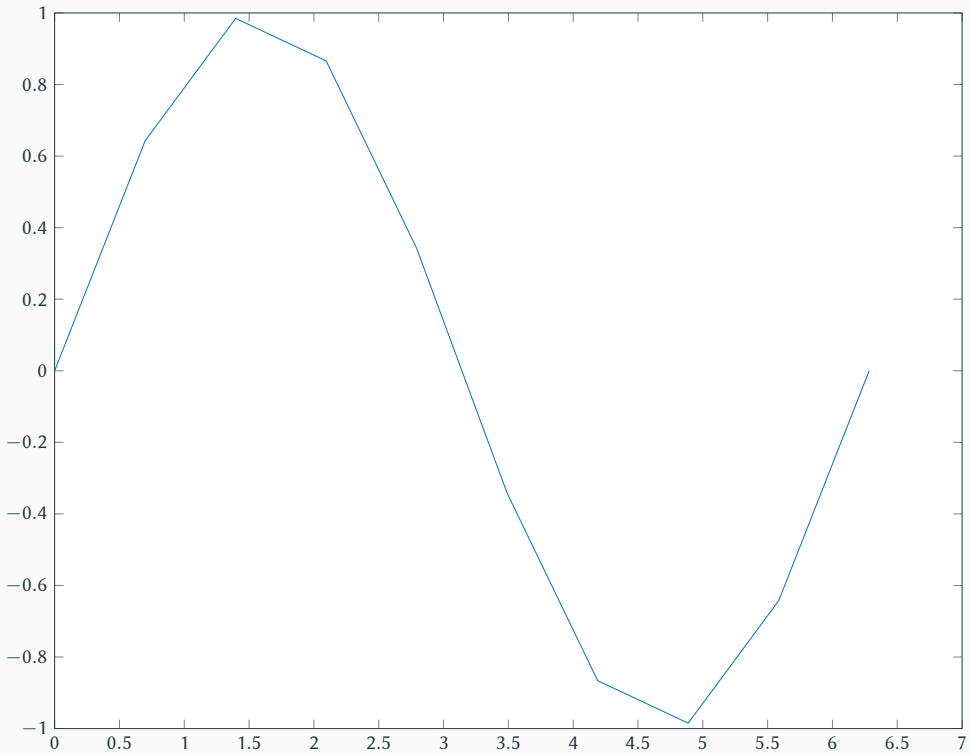
```
>> x = linspace(0, 2*pi,10); y = sin(x); plot(x, y)
```

Falls zuvor kein Grafikfenster erzeugt wurde, wird automatisch das Fenster mit Nummer 1 erstellt.

Die Datenpunkte werden als blauer, linear interpolierter Streckenzug dargestellt. Mit mehr Punkten erhalten wir einen „glatteren“ Verlauf des Plots.

Notizen

Abbildungen

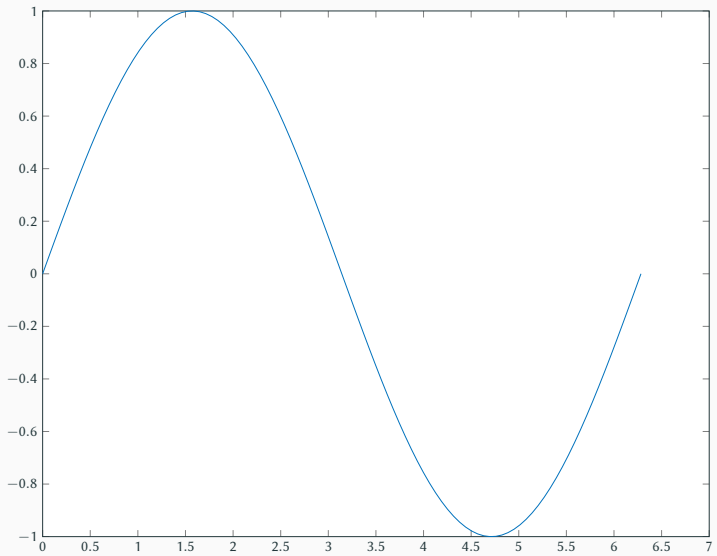


Notizen

Abbildungen

Command Window

```
>> x = linspace(0, 2*pi); y = sin(x); plot(x, y)
```



Notizen

Abbildungen

Plotten mit Stil

Die Darstellungsart kann über Stiloptionen mit dem Befehl

```
plot(x, y, Stiloption)
```

verändert werden.

Die Stiloption besteht aus bis zu drei Stilparametern für Farbe, Markierung und Linienart.

Parameter	Farbe
`r`	rot
`g`	grün
`b`	blau
`c`	cyan
`m`	magenta
`y`	gelb
`k`	schwarz
`w`	weiß

Parameter	Markierung
`+`	Pluszeichen
`o`	Kreis
`*`	Stern
`.`	Punkt
`x`	Kreuz
`s`	Quadrat
`d`	Raute

Notizen

Abbildungen

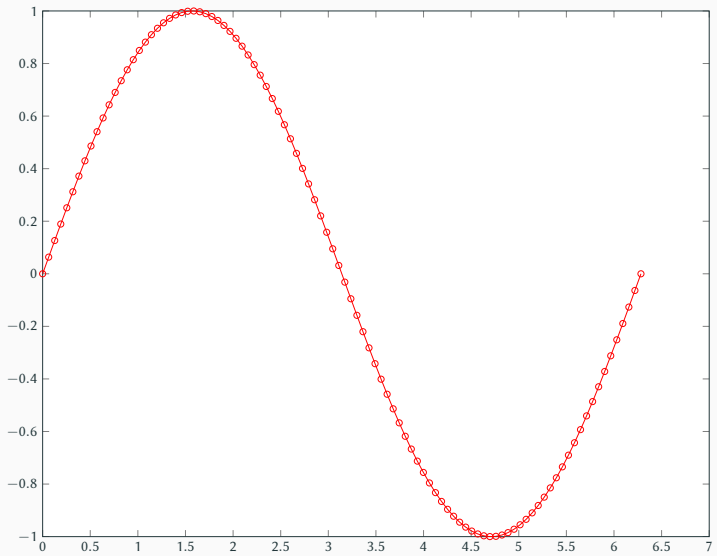
Parameter	Linienart
–	durchgezogen
– –	gestrichelt
:	punktiert
– .	strichpunktiert

Notizen

Abbildungen

Command Window

```
>> x = linspace(0,2*pi); y = sin(x); plot(x, y, 'r-o')
```



Notizen

Abbildungen

Plot-Optionen

Mit dem Schalter `grid` kann ein Raster im Grafikfenster ein- und ausgeschaltet werden. Mit dem Parameter `on` bzw. `off` kann das Raster unabhängig vom aktuellen Zustand ein- bzw. ausgeschaltet werden.

Mit dem Befehl `axis` lässt sich die Achsenskalierung anpassen. Übergibt man der Funktionen einen Vektor mit vier Zahlen gemäß

```
axis([xmin xmax ymin ymax])
```

so ändern sich die minimalen und maximalen Werte für Abszisse und Ordinate entsprechend. Mit

```
axis auto
```

wird die automatische Skalierung wieder aktiviert.

Möchte man nur die Skalierung der *x* bzw. *y*-Achse ändern, so sind die beiden folgenden Funktionen hilfreich: `xlim([xmin xmax])` bzw. `ylim([ymin ymax])`.

Notizen

Abbildungen

Plots beschriften

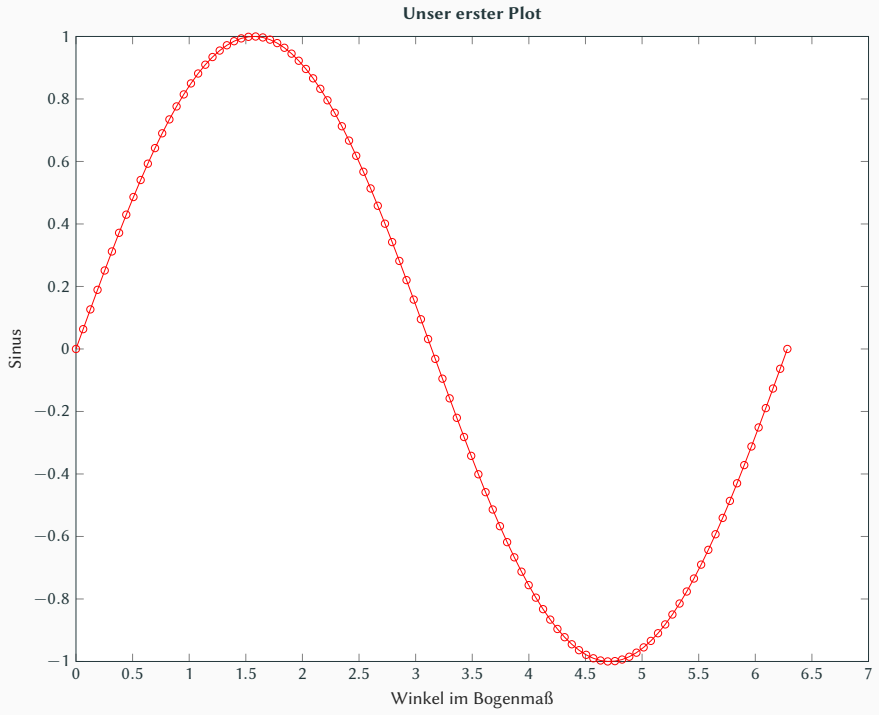
Nun wollen wir unsere Abbildungen beschriften. Mit `title` kann eine Überschrift platziert werden, mit `xlabel` wird die *x*-Achse und mit `ylabel` die *y*-Achse beschriftet.

Command Window

```
>> title('Unser erster Plot')
>> xlabel('Winkel im Bogenmaß')
>> ylabel('Sinus')
```


Notizen

Abbildungen



Notizen

Abbildungen

Mehrere Plots auf einmal

Wir wollen nun eine zweite Kurve, den Kosinus, in dasselbe Diagramm zeichnen. Wir haben bereits gesehen, dass durch einen weiteren Aufruf der `plot`-Funktion der vorherige Plot gelöscht wird.

Es ist jedoch auch möglich der `plot`-Funktion mehrere Wertepaare auf einmal zu übergeben.

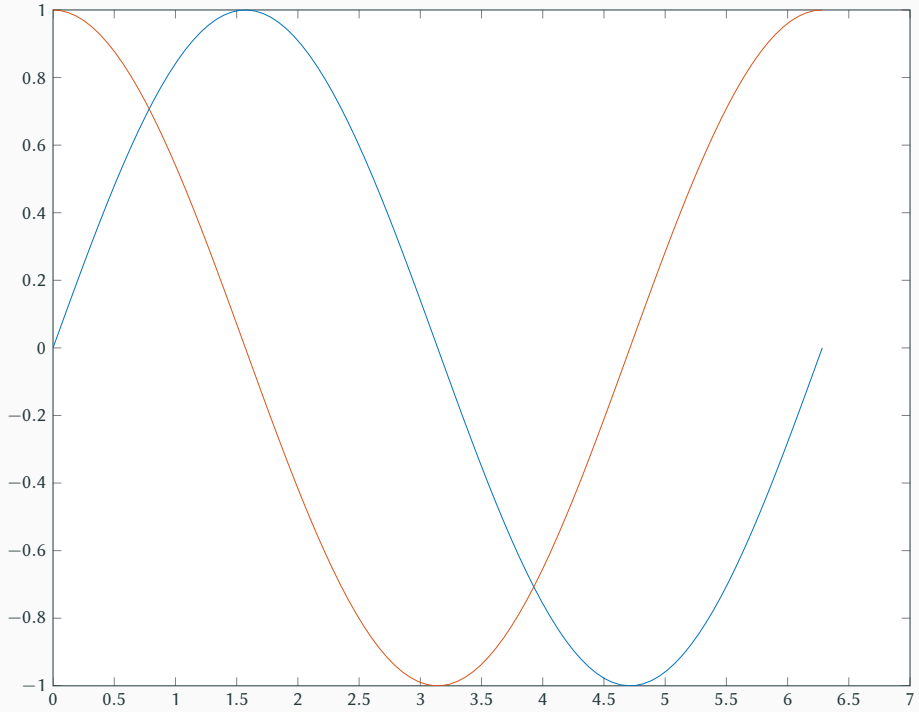
Command Window

```
>> x = linspace(0, 2*pi); ys = sin(x); yc = cos(x);
>> plot(x, ys, x, yc)
```

Wir stellen fest, dass die beiden Kurven nicht in der selben Farbe gezeichnet wurden. Bei mehreren Argumenten im `plot`-Befehl durchläuft MatLab die Farben automatisch.

Notizen

Abbildungen



Notizen

Abbildungen

Legenden

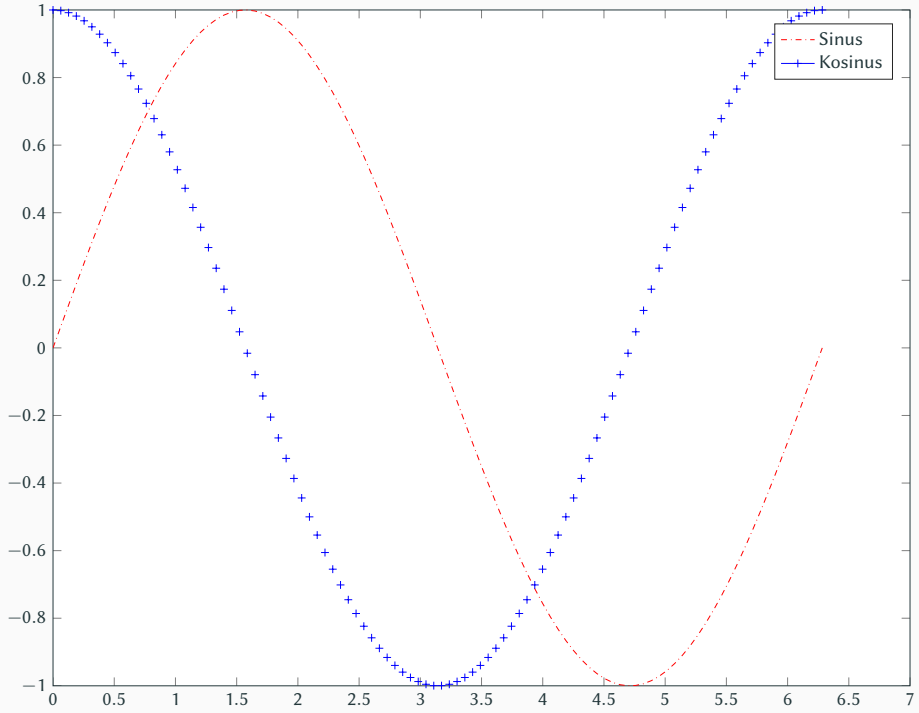
Um mehrere Kurven unterscheiden zu können, ist der Einsatz einer Legende hilfreich. Außerdem können, wie zuvor, auch verschiedene Zeichenstile an die `plot`-Funktion übergeben werden.

Command Window

```
>> x = linspace(0, 2*pi); ys = sin(x); yc = cos(x);
>> plot(x, ys, 'r-.', x, yc, 'b+')
>> legend('Sinus', 'Kosinus')
```


Notizen

Abbildungen



Notizen

Mehrere Plots auf einmal II

Eine Alternative zu der gerade erläuterten `plot`-Funktion bietet die Funktion `hold`.

Ähnlich wie die Funktion `grid` wechselt jeder Aufruf von `hold` zwischen der Möglichkeit, Kurven hinzufügen zu können und einem Neuzeichnen.

Mit `hold on` wird das aktuelle Diagramm festgehalten und jeder Plotbefehl fügt neue Kurven hinzu.

`hold off` stellt den ursprünglichen Zustand wieder her.

Notizen

Abbildungen

Command Window

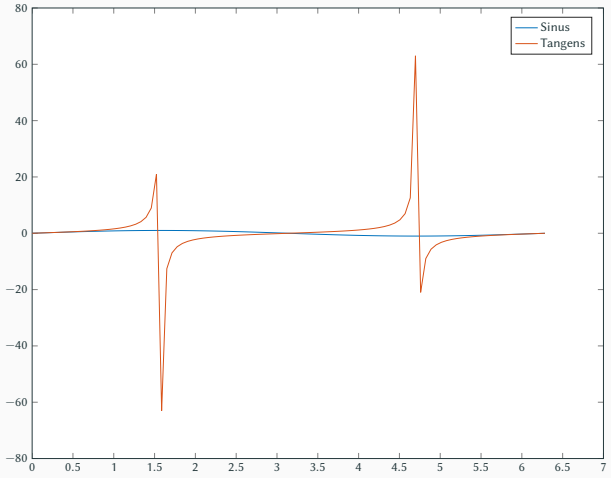
```
>> clf
>> plot(x, ys, 'r-.')
>> hold on
>> plot(x, yc, 'b+')
>> legend('Sinus', 'Kosinus')
>> hold off
```


Notizen

Abbildungen

Mehrere Plots auf einmal II

Wie wir gesehen haben, teilen sich die Plots die Achsen. Das kann nachteilig sein, wenn die Größenordnungen der beiden Kurven sehr verschieden sind. Wenn wir z. B. den Sinus und den Tangens in ein Grafikfenster plotten, so ergibt sich das folgende Bild.



Notizen

Abbildungen

Subplots

Mit dem Befehl `subplot` wird das Grafikfenster gemäß der Syntax

`subplot(p, q, pos)`[6]

in `p` Zeilen und `q` Spalten unterteilt.

Das Argument `pos` gibt an, auf welches Diagramm sich der nachfolgende `plot`-Befehl bezieht.

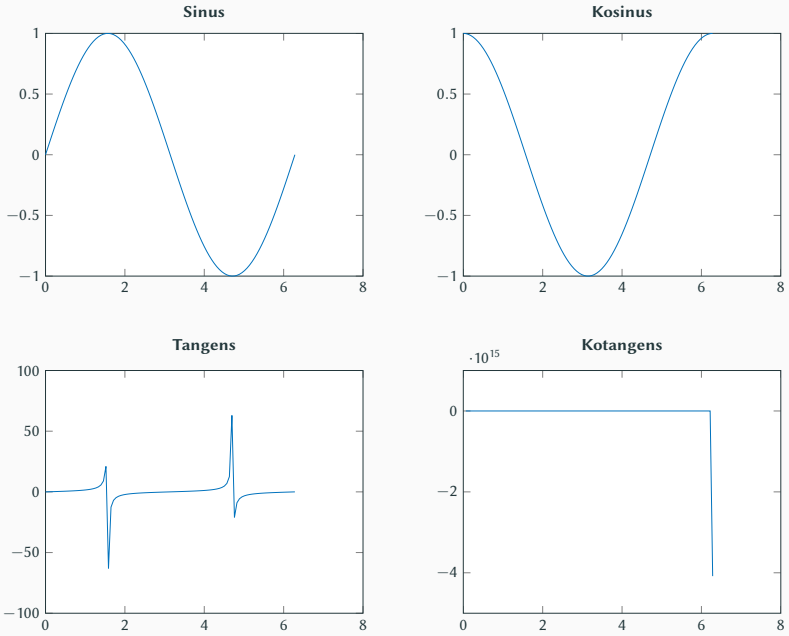
Command Window

```
>> x = linspace(0, 2*pi);
>> subplot(221), plot(x, sin(x)), title('Sinus')
>> subplot(222), plot(x, cos(x)), title('Kosinus')
>> subplot(223), plot(x, tan(x)), title('Tangens')
>> subplot(224), plot(x, cot(x)), title('Kotangens')
```

[6] Die Kommata zwischen den Argumenten können auch weggelassen werden.

Notizen

Abbildungen



Notizen

Abbildungen

Grafiken drucken und exportieren

Die erzeugten Grafiken wollen wir auch ausdrucken oder für eine spätere Verwendung abspeichern. Am komfortabelsten geschieht dies direkt über das Datei-Menü des Grafikfensters.

Möchte man Grafiken jedoch automatisiert abspeichern, so ist dies mit dem Befehl `print` möglich. Möchte man beispielsweise den Inhalt des Grafikfensters mit der Nummer 2 abspeichern passiert dies über

```
print('-f2','Dateiname','-dpng').
```

Als Dateiformate stehen gängige Bitmapformate (BMP, JPEG, PCX, PNG, TIFF) und Vektorformate (EMF, EPS, ILL, PDF) zur Verfügung.

Notizen

Skripte & Funktionen

Notizen

Skripte & Funktionen

MatLab-Skripte

Bisher haben wir uns auf kurze „Programme“ beschränkt, die wir über das Kommandofenster geschrieben und ausgeführt haben. Wenn jedoch viele Kommandos hintereinander benötigt werden, ist dies jedoch sehr aufwändig.

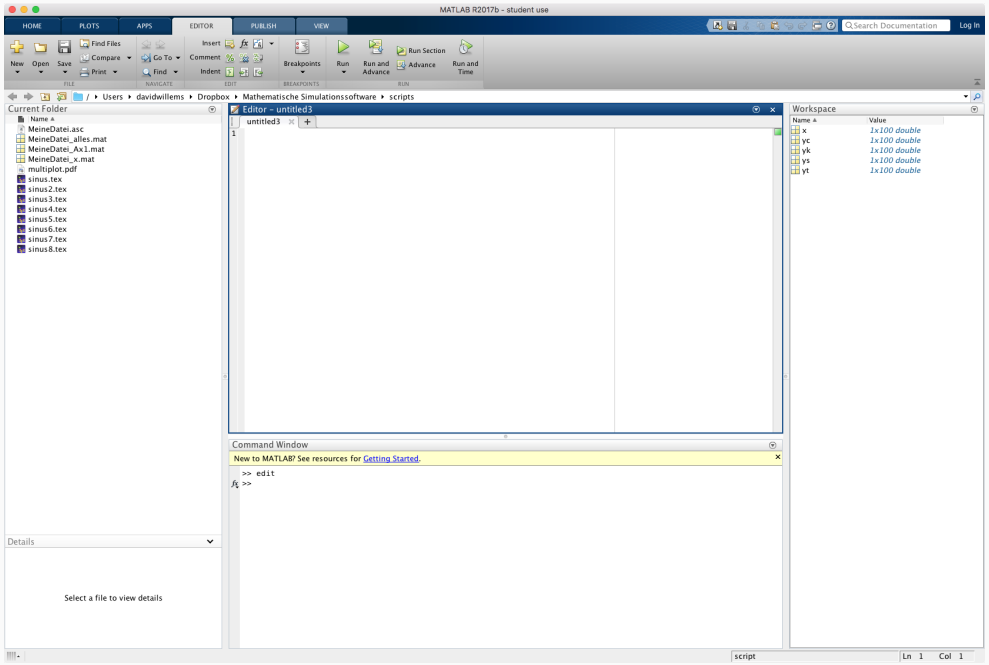
Als Lösung bietet MatLab sogenannte `m`-Files: Das sind Textdateien, in denen man MatLab-Befehle speichern und ausführen kann. Als Editor kann hierfür jeder beliebige Textedit genutzt werden, MatLab bietet aber auch einen eigenen Editor, der einige Vorteile in diesem Zusammenhang hat.

Diesen öffnet man mit dem Befehl

```
edit
```


Notizen

Skripte & Funktionen



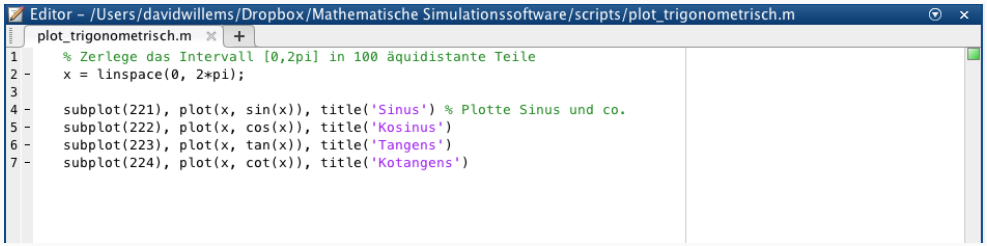
Notizen

Skripte & Funktionen

Der Editor

Die gewünschten Kommandos werden, wie zuvor im Kommandofenster, zeilenweise in die Datei geschrieben. Mehrere Kommandos in einer Zeile werden wieder über Kommata oder Semikolon getrennt.

Hilfreich sind Kommentare, die über ein `%` eingeleitet werden. Alles nach dem %-Zeichen wird später beim Aufruf ignoriert.[7]



Achtung!

Alle Variablen, die in einer `m`-Datei angelegt werden, sind im globalen Variablenspeicher sichtbar. Sie überschreiben damit also auch eventuell bereits existierende Variablen. Auf die zuvor angelegten Variablen kann auch in der `m`-Datei zugegriffen werden.

[7] Kommentare können an einer beliebigen Stelle einer Zeile eingefügt werden.

Notizen

Skripte & Funktionen

Kontrollstrukturen

Wie auch andere Hochsprachen kennt MatLab verschiedene Kontrollstrukturen. Diese können wir nicht erschöpfend behandeln, sondern nur wesentliche Elemente kurz beschreiben.

Dazu starten wir mit…

`if`-Statements

```
if expression1
        statements1
elseif expression2
        statements2
else
        statements3
end
```


Notizen

Skripte & Funktionen

`if expression1` ist eine logische Bedingung, bei deren Erfüllung[8] die unter

`statements1` aufgeführten Kommandos ausgeführt werden.

`elseif expression2` Wenn die Bedingung `expression1` nicht erfüllt war, wird als nächstes die optionale Bedingung `expression2` getestet. Ist sie erfüllt, so werden die unter

`statements2` aufgeführten Kommandos ausgeführt. Weitere mit `elseif` eingeleiteten Bedingungen und Kommandos können folgen.

`else` Wenn bisher keine Bedingung erfüllt war, werden die Kommandos

`statements3` ausgeführt. Auch der Gebrauch von `else` ist optional.

`end` beendet das `if`-Statement.

[8] Alle Zahlenwerte ungleich Null werden als wahr (true) interpretiert.

Notizen

Skripte & Funktionen

Command Window

```
if x > 10
    disp('x ist größer als 10')
elseif x < 1
    disp('x ist kleiner als 1')
else
    disp('x liegt zwischen 1 und 10')
end
```


Notizen

Skripte & Funktionen

Deutlich seltener als eine `if`-Abfrage benötigt man eine `switch`-Anweisung, auch bedingte Verzweigung genannt.

`switch`-Statements

```
switch switch_expr
        case case_expr1
                statements1
        case case_expr2
                statements2
        otherwise
                statements3
```


Notizen

Skripte & Funktionen

`switch switch_expr` wird zusammen mit

`case case_expr` gemäß der logischen Bedingung `switch_expr == case_expr1` getestet und bei Erfüllung werden die unter

`statements1` aufgeführten Kommandos ausgeführt.

Weitere mit `case` eingeleitete Bedingungen und Kommandos können folgen und werden der Reihe nach abgearbeitet.

`otherwise` Wenn bisher keine Bedingung erfüllt war, werden die Kommandos

`statements3` ausgeführt. Der Gebrauch von `otherwise` ist optional.

`end` beendet die Verzweigung.

Notizen

Skripte & Funktionen

Command Window

```
switch x
    case 0
        disp('Der Wert von x ist 0')
        y = cos(x)
    case pi
        disp('Der Wert von x ist pi')
        y = sin(x);
    otherwise
        disp('Der Wert von x ist weder 0 noch pi')
end
```


Notizen

Skripte & Funktionen

Auch wenn man sich in MatLab durch die vektor-orientierte Arbeitsweise viele Schleifen sparen kann, so sind sie doch hin und wieder nützlich.

Die `for`-Schleife wiederholt Code gemäß der Vorgabe für den Schleifenzähler.

`for`-Schleifen

```
for variable = initval:endval
        statements
end
```

`for variable = initval:endval` der Schleifenzähler `variable` wird von `initval` bis `endval` erhöht[9] und jedes mal werden die unter `statements` aufgeführten Kommandos ausgeführt.

`end` beendet die `for`-Schleife.

[9] Wie auch früher kann mit `initval:schrittweite:endval` eine Schrittweite angegeben werden.

Notizen

Skripte & Funktionen

Command Window

```
for i=10:-2:0
    disp(['Countdown: ', num2str(i)])
end
```

liefert die Ausgabe

```
Countdown: 10
Countdown: 8
Countdown: 6
Countdown: 4
Countdown: 2
Countdown: 0
```


Notizen

Skripte & Funktionen

Die `while`-Schleife arbeitet ähnlich wie die `for`-Schleife; sie führt Kommandos solange aus, wie die Bedingung im Schleifenkopf erfüllt ist.

`while`-Schleifen

```
while expression
        statements
end
```

`while expression` Solange die Bedingung `expression` erfüllt ist, werden die in

`statements` aufgeführten Kommandos ausgeführt.

`end` beendet die `while`-Schleife.

Notizen

Skripte & Funktionen

Command Window

```
n = 10;
f = n;
while n > 1
    n = n-1;
    f = f*n;
end
disp(f)
```

Was gibt das obige Skript aus?

Notizen

Skripte & Funktionen

Interaktion mit dem Benutzer

Wenn das Skript von Benutzereingaben abhängen soll, so ist die Funktion `input` das geeignete Instrument.

Mit `input` wird zur Eingabe einer Zahl während der Ausführung des Skripts aufgefordert.

Command Window

```
>> x = input('Bitte geben Sie eine Zahl ein: ')
Bitte geben Sie eine Zahl ein: 5

x =

     5
```

Benutzereingaben können eine nahezu unendlich große Fehlerquelle sein. Auf die Fehlerabfragen werden wir im Folgenden nur kurz eingehen.

Notizen

Aufgabe 10 | Das erste Skript

- Erzeugen Sie eine leere Datei mit dem Namen `erstesskript.m`.
- Fordern Sie den Benutzer zur Eingabe einer Zahl zwischen $\frac{\pi}{2}$ und 2π auf.
- Begrenzen Sie die Eingabe mit den Funktionen `min` und `max` auf Werte zwischen $\frac{\pi}{2}$ und 2π; verwenden Sie $\frac{\pi}{2}$ bei einer Fehleingabe.
- Definieren Sie einen Vektor `x` von 0 bis zum Eingabewert in $\frac{\pi}{12}$ Schritten. Berechnen Sie den Kosinus des Vektors `x` und weisen Sie das Ergebnis der Variablen `y` zu.
- Zeichnen Sie die Kurve und beschriften Sie das Diagramm.
- Schreiben Sie in die ersten Zeilen einige „hilfreiche“ Kommentare.

Notizen

Skripte & Funktionen

Funktionen

Mit anonymen Funktionen haben wir bisher gelernt, einfache Funktionen schnell zu implementieren. Mit Skripten haben wir gelernt, wie wir umfangreiche eigene Programme zur Erweiterung des Funktionsumfangs von MatLab schreiben können.

Kombinieren wie diese beiden Aspekte, so erhalten wir Funktionen.

Grundsätzlich ist die `m`-Datei einer Funktion genauso aufgebaut wie die eines Skripts. Der wesentliche Unterschied liegt in der ersten Zeile der Datei: hier muss die Funktion deklariert werden.

Dies geschieht über das Schlüsselwort `function` gemäß der Syntax

```
function [out1, out2, ...] = funcname(in1, in2, ...).
```


Notizen

Skripte & Funktionen

Achtung!

Die MatLab-Sprache sieht vor, dass der Name `funcname` einer Funktion auch gleichzeitig der Dateiname der Funktion ist.

Funktionen

Ähnlich wie bisherige Statements wird eine Funktion durch das Schlüsselwort `end` beendet.

Der Funktion werden die Argumente `in1`, `in2`, `...` übergeben. Optional kann die Funktion auch einen Vektor mit Ausgabewerten `out1` etc. zurückgeben.

Achtung!

Zu beachten ist, dass alle Variablen innerhalb einer Funktion auch nur dort sichtbar sind.

Notizen

Skripte & Funktionen

malzwei.m

```
function y = malzwei(x)
%MALZWEI Verdopplung
%
%   y = malzwei(x) verdoppelt das Argument x

y = 2*x;
end
```

Command Window

```
>> y = malzwei(5)

y =

    10
```


Notizen

Funktionen II

Das vorgehende Beispiel ist natürlich für das, was die Funktion tut, sehr umständlich. Schauen wir uns also ein komplexeres Beispiel aus der Analysis an.

Algorithm 1: Bisektionsverfahren

Input : Ein Intervall $[a, b]$, eine auf $[a, b]$ stetige Funktion f, ein Toleranzwert $\varepsilon > 0$.

Output: Ein Näherungswert x für eine Nullstelle von f.

```
1  if f(a)f(b) > 0 then
2      Break
3  while (b − a)/2 > ε do
4      x := (a + b)/2
5      if f(x) = 0 then
6          Break
7      if f(a)f(x) < 0 then
8          b := x
9      else
10         a := x
11 return x
```


Notizen

Skripte & Funktionen

```
function x = mybisect(f, a, b, TOL)

if f(a)*f(b) > 0
    disp('Bedingung für den ZWS nicht erfüllt!')
    return
end

while (b-a)/2 > TOL
    x = (a+b)/2;

    if f(x) == 0
        disp('Nullstelle gefunden!')
        break
    end

    if f(a)*f(x) <0
        b = x;
    else
        a = x;
    end
end
end
```


Notizen

Skripte & Funktionen

Aufgabe 11 | Eigene Funktionen I

1. Schreiben Sie eine MatLab-Funktion die ein $n \in \mathbb{N}$ Als Eingabe erwartet. Ferner sei $m \gg 1$ eine große Zahl. Erzeugen Sie n zufällige $m \times m$-Matrizen und zählen sie, wie viele dieser m Matrizen invertierbar sind.
2. Schreiben Sie eine Funktion

   ```
   y = myableitung(f, x0, h)
   ```

   die die Ableitung einer (anonymen) Funktion `f` an einer Stelle `x0` mit Genauigkeit `h` approximiert.

Notizen

Aufgabe 12 | Eigene Funktionen II

Schreiben Sie ein MatLab-Skript, welches das Newtonverfahren aus Algorithmus 2 für die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) := -(x-2) \cdot \exp(x)$ implementiert.

Algorithm 2: (Einfaches) Newtonverfahren

Input : Ein Startpunkt x^0, eine stetige Funktion f und deren Ableitung f', eine hinreichend große Zahl n

Output: Ein Näherungswert x für eine Nullstelle von f.

1 **for** $k = 1, \ldots, n$ **do**

2 $\quad x^k = x^{k-1} - \dfrac{f(x^{k-1})}{f'(x^{k-1})}$

3 **return** x

Notizen

Skripte & Funktionen

Oft benötigte Befehle innerhalb von Funktionen

Wir wollen uns zum Abschluss des Kurses noch kurz mit dem Abfangen von Fehlern in Skripts und Funktionen beschäftigen. Mit der Funktion `isempty` überprüft man, ob eine Variable leer ist[10].

Mit einer bedingten Zuweisung können so Fehler während der Laufzeit abgefangen werden.

[10] Die Variable wurde also angelegt, hat aber keinen Inhalt; z. B. `x = []`.

Notizen

Skripte & Funktionen

Beispiel zu `isempty`

```
x = []

if isempty(x)
    x = 1
end
```

Command Window

```
x =
     []

x =
     1
```


Notizen

Oft benötigte Befehle innerhalb von Funktionen

Um während der Laufzeit einer Funktion zu überprüfen, ob alle Ein- und Ausgabeparameter übergeben wurden, benutzt man die Befehle

`nargin` bzw. `nargout`

benutzen.

Tritt hier ein Fehler auf, so benötigen wir einen Mechanismus, die Funktion mit einer erklärenden Fehlermeldung vorzeitig abbrechen zu können.

Die benötigte Funktion hierzu heißt `error`. Mit ihr kann man Fehlermeldungen in Skripts und Funktionen gemäß

```
error('Fehlermeldung')
```

einbinden.

Notizen

Skripte & Funktionen

malzwei.m

```
function y = malzwei(x)
%MALZWEI Verdopplung
%
%   y = malzwei(x) verdoppelt das Argument x

if nargin == 0
    error('Nicht genug Eingabeargumente!')
end

y = 2*x;
end
```

Command Window

```
>> malzwei()
Error using malzwei (line 7)
Nicht genug Eingabeargumente!
```


Notizen

Skripte & Funktionen

Der folgende Aufruf hingegen löst keine Fehlermeldung aus, da das Eingabeargument `x` zwar übergeben wird, aber leer ist.

Command Window

```
>> malzwei([])

ans =
     []
```

Die Existenz einer Variablen – nicht zu verwechseln mit einer existierenden, aber leeren Variablen – wird mit der Funktion `exist` überprüft[11].

[11] `exist` prüft mehr als die bloße Existenz einer Variablen. Weitere Informationen liefert die MatLab Dokumentation

Notizen

Skripte & Funktionen

Command Window

```
>> x = 5; exist x

ans =
     1

>> x = []; exist x

ans =
     1

>> exist malzwei

ans =
     2
```


Notizen